20 febbraio 2010

INDOVINELLO:

La colonna di jeep

(TRATTI DAL SITO WEB UFFICIALE DE “ILSOLE24ORE”)

Adesso un problema più difficile, che riprende il problema del trasporto, proposto da Alcuino. Una generalizzazione del problema è riapparsa dopo la seconda Guerra Mondiale. Sembra che questo tipo di problemi si sia presentato in operazioni di trasporto aereo dell'esercito americano nel teatro di guerra in Estremo Oriente. Il problema viene formulato nel 1947 prima dai matematico americano N.J. Fine e poi da C. G. Phipps nel caso di jeep che devono attraversare un deserto. Anche in questo caso, l'esperienza recente della guerra in Nord Africa è evidente. Nelle sue varie formulazioni il problema della jeep ha dato origine a numerosi sviluppi in ricerca operativa e in economia matematica, a dimostrazione che talvolta da un semplice gioco si generano risultati di grande interesse per le applicazioni nei campi più diversi.

Problema 1

Consideriamo per esempio m jeep, ciascuna con un pieno di benzina con la quale può percorrere d miglia. Come si può far avanzare una di esse alla maggior distanza possibile dalla base di partenza supponendo che 1) nessuna jeep torni indietro 2) tutte meno una ritornino?

Problema 2

Consideriamo ora il problema ‘inverso': Una jeep che può trasportare benzina sufficiente a percorrere d miglia deve attraversare un deserto largo x (maggiore di d) miglia. Qual è la maniera più vantaggiosa di fare il viaggio, ossia la minima quantità di benzina necessaria?

A SEGUIRE LE RISPOSTE ….

Soluzioni

Nel primo caso, quando la carovana di m jeep ha percorso d/m miglia, un pieno di benzina è stato consumato. Si prende la benzina rimasta in una jeep, che viene abbandonata, e si distribuisce nei serbatoi delle altre m-1 che a questo punto sono pieni. E' facile convincersi che non sarebbe conveniente fermarsi né prima né dopo. Si ragiona nello stesso modo dopo d/m-1 miglia e così via. Dopo l'ultima sosta, la jeep rimasta (col pieno) percorre d miglia. In totale dunque la distanza x percorsa è $x = d(1+1/2 + 1/3 + \ldots + 1/m)$. E' interessante osservare che questa soluzione è stata adottata nel lancio di razzi a più stadi. (Il lettore attento si sarà accorto che è stata fatta l'ipotesi tacita che m-1 jeep col serbatoio pieno consumino meno che m jeep col serbatoio parzialmente pieno.) Nel secondo caso, supponendo invece che il consumo sia costante (a serbatoio pieno o no), ci saranno m viaggi fino al prima sosta e m-1 ritorni. Se è posta a distanza d/(2m-1) ci sarà stato il consumo di un pieno. La seconda sarà a d/(2m-3) e così via, e quindi la distanza percorsa dall'ultima jeep sarà $x = d(1+1/3 + 1/5 + \ldots + 1/(2m-1))$.

Per risolvere il problema ‘inverso' bisogna naturalmente costruire dei depositi ragionando sulla base della soluzione precedente, (se invece di m è una sola jeep, deve fare 2m-1 viaggi fino al primo deposito, e così via) e osservando che il numero dei termini della serie è uguale al numero dei pieni di benzina. Con un numero opportuno di termini (la serie è divergente), si può ottenere qualunque valore x dato, e dunque attraversare il deserto. (Se la sua ampiezza è maggiore della somma dei primi m termini della serie ma minore dei primi m+1, entrambe moltiplicate per d, si aggiunge agli m pieni la corrispondente frazione di pieno del carburante).